第 11 講　指数の拡張

PART1　0 や負の整数の指数，累乗根

例題

次の計算をせよ。

(1) $(a^{-1})^2 \times a^5 \div a^3$　　(2) $(a^{-1}b^2)^2 \times (ab^{-2})^3$

(3) $\sqrt[4]{27} \times \sqrt[4]{15}$　　(4) $\sqrt{\sqrt[3]{27}}$

Point Pickup

練習

次の計算をせよ。

(1) $a^2 \div (a^{-1})^3 \times a^{-6}$

(2) $(a^{-4}b^3)^{-2} \times (a^{-2}b^2)^3$

(3) $\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{32} \div \sqrt[3]{2}$

(4) $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$

第11講　PART1 確認問題

次の計算をせよ。

1　$a^4 \div (a^{-1})^2 \times a^{-7} = \boxed{ア}$

① a　② a^2　③ $\dfrac{1}{a}$　④ $\dfrac{1}{a^2}$

2　$(a^{-2}b^4)^{-3} \times (a^{-2}b^6)^2 = \boxed{イ}$

① a　② a^2　③ $a^2 b$　④ $\dfrac{b}{a^2}$

3　$\sqrt[4]{27} \times \sqrt[4]{81} \div \sqrt[4]{9} = \boxed{ウ}\sqrt[\boxed{エ}]{\boxed{オ}}$

4　$\sqrt[6]{\sqrt{64}} = \sqrt{\boxed{カ}}$

第 11 講　指数の拡張

PART1　0 や負の整数の指数，累乗根

例題

次の計算をせよ。

(1) $(a^{-1})^2 \times a^5 \div a^3$　(2) $(a^{-1}b^2)^2 \times (ab^{-2})^3$

(3) $\sqrt[4]{27} \times \sqrt[4]{15}$　(4) $\sqrt{\sqrt[3]{27}}$

(1) $(a^{-1})^2 \times a^5 \div a^3 = a^{-2} \times a^5 \div a^3 = a^{-2+5-3} = a^0 = 1$

(2) $(a^{-1}b^2)^2 \times (ab^{-2})^3 = a^{-2}b^4 \times a^3 b^{-6} = a^{-2+3}b^{4-6} = ab^{-2} = \dfrac{a}{b^2}$

(3) $\sqrt[4]{27} \times \sqrt[4]{15} = \sqrt[4]{3^3 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 5} = 3\sqrt[4]{5}$

(4) $\sqrt{\sqrt[3]{27}} = \sqrt[2\times3]{3^3} = \sqrt[2\times3]{3^{1\times3}} = \sqrt[2]{3^1} = \sqrt{3}$

練習

次の計算をせよ。

(1) $a^2 \div (a^{-1})^3 \times a^{-6}$

(2) $(a^{-4}b^3)^{-2} \times (a^{-2}b^2)^3$

(3) $\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{32} \div \sqrt[3]{2}$

(4) $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$

(1) $a^2 \div (a^{-1})^3 \times a^{-6} = a^2 \div a^{-3} \times a^{-6} = a^{2-(-3)-6} = a^{-1} = \dfrac{1}{a}$

(2) $(a^{-4}b^3)^{-2} \times (a^{-2}b^2)^3 = a^8 b^{-6} \times a^{-6} b^6 = a^{8-6} b^{-6+6} = a^2 b^0 = a^2$

(3) $\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{32} \div \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\dfrac{2^3 \cdot 2^5}{2}} = \sqrt[3]{2^7} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^3 \cdot 2} = 4\sqrt[3]{2}$

(4) $\sqrt[5]{\sqrt{32}} = \sqrt[5\times 2]{2^5} = \sqrt[5\times 2]{2^{5\times 1}} = \sqrt[2]{2^1} = \sqrt{2}$

第11講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：③

[解説]

$$a^4 \div (a^{-1})^2 \times a^{-7} = a^4 \div a^{-2} \times a^{-7} \quad \text{[A]}$$
$$= a^{4-(-2)-7}$$
$$= a^{-1}$$
$$= \boldsymbol{\frac{1}{a}}$$

[A]　$a \neq 0$ で，m，n が整数のとき
$a^m a^n = a^{m+n}$
$a^m \div a^n = \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^m)^n = a^{mn}$

2

[正解] イ：②

[解説]

$$(a^{-2}b^4)^{-3} \times (a^{-2}b^6)^2 = a^6 b^{-12} \times a^{-4} b^{12} \quad \text{[B]}$$
$$= a^{6-4} b^{-12+12}$$
$$= a^2 b^0$$
$$= \boldsymbol{a^2}$$

[B]　$a \neq 0$，$b \neq 0$ で，m，n が整数のとき
$a^m a^n = a^{m+n}$
$(a^m)^n = a^{mn}$
$(ab)^n = a^n b^n$

3

[正解] ウ：3，エ：4，オ：3

[解説]

$$\sqrt[4]{27} \times \sqrt[4]{81} \div \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^2}} \quad \text{[C]}$$
$$= \sqrt[4]{3^5}$$
$$= \sqrt[4]{3^4 \cdot 3}$$
$$= \boldsymbol{3\sqrt[4]{3}}$$

[C]　$a > 0$，$b > 0$ で，n が正の整数のとき
$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

4

[正解] カ：2

[解説]

$$\sqrt[6]{\sqrt{64}} = \sqrt[6\times2]{2^6} = \sqrt[6\times2]{2^{6\times1}} = \sqrt[2]{2^1} = \boldsymbol{\sqrt{2}} \quad \text{[D]}$$

[D]　$a > 0$ で，m，n，p が正の整数のとき
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$